

変分ベイズ法による MEG 電源推定

佐藤 雅昭^{†,††}

† ATR 人間情報科学研究所
〒619-0288 京都府相楽郡精華町光台 2-2-2
†† 科学技術振興事業団 CREST

E-mail: †masa-aki@atr.co.jp

あらまし MEG 観測データから脳内電流源の位置や分布を深さ方向まで含めて推定することが可能な、変分ベイズ法に基づく脳内電流源推定方法を提案する。その基本的な考え方は、電流源と観測面の間に仮想的に想定した曲面上に適当な電流を流すことによって、電流源が発生する磁場を復元することができ、またこの仮想曲面が真の電流源に近づくほど曲面上の電流分布の広がりや誤差が小さくなるという点にある。この事実から、観測データを復元する仮想曲面上の電流分布をベイズ推定により計算してモデル事後確率を求めると、モデル事後確率は曲面が真の電流源を含むときに最大になる事が分かる。提案手法は、この事後確率を変分ベイズ法を用いて計算し、電流源の位置と分布を深さ方向まで含めて推定する。

キーワード MEG, EEG, 脳内電流源推定, 変分ベイズ法, モデル事後確率

Current source estimation of MEG data by variational Bayes method

Masa-aki SATO^{†,††}

† ATR Human Information Science Laboratories,
Soraku-gun, Kyoto, 619-0288 Japan
†† CREST, Japan Science and Technology Corporation

E-mail: †masa-aki@atr.co.jp

Abstract This paper proposes a new method for current source estimation of MEG data by using a variational Bayes method. The method based on the fact that the electromagnetic fields on the brain surface produced by a current source inside the brain can be reproduced by an appropriate current flow on a virtual sphere between the current source and the brain surface. As the virtual sphere moves from the brain surface toward the center of the brain, the current distribution on the virtual sphere and the reproduction error becomes minimum when the current source is on the virtual sphere. This implies that the posterior probability of the virtual sphere given the observed magnetic field data becomes maximum when the current source is on the virtual sphere. We calculate the posterior probability by using variational Bayes method and estimate the current source position and distribution.

Key words MEG, EEG, Current source estimation, Variational Bayes method, Model posterior probability

1. はじめに

近年の生体計測技術の進歩はめざましく、脳内の神経細胞活動により発生する微弱な磁場や電場を非侵襲的かつ受動的に測定する手法として、脳磁計(MEG)や脳波計(EEG)が使われるようになってきた。特にMEG計測の最大の利点は、磁場が容積導体による影響をほとんど受けないので、頭蓋外からの磁気計測により、脳内電流源の位置を3次的に比較的正確に推定できることが期待されることである。このため脳内電流源推定アルゴリズムの研究が精力的になされて来たが、決定的な手法は今だ存在しないのが現状である[1]。たとえば、「双極子推定法」[2]は、脳内の電流源が1つか数個の電流双極子で表せると仮定して観測磁場から双極子の位置を推定する方法である。しかしこの方法は双極子の数を幾つにすれば良いかを決めるのが難しいという欠点を持っている。一方、「空間フィルター法」[3]~[5]は、生理学的な知見から、脳内電流源の場所を限定し、双極子の分布を推定する方法である。しかしながら、この方法の欠点は電流源の深さを正確に推定できない事である。

本論文では上記のような問題点を解決するため、MEGやEEGの観測データから脳内電流源の位置や分布を深さ方向まで含めて推定することが可能な、変分ベイズ法に基づく脳内電流源推定方法を提案する。

その基本的な考え方は、電流源と観測面の間に想定した仮想曲面上に適切な電流を流すことによって、電流源が発生する電磁場を復元することができ、またこの仮想曲面が真の電流源に近づくほど曲面上の電流分布の拡がりや復元誤差が小さくなるという点にある。この事実から、観測データを復元する仮想曲面上の電流分布をベイズ推定により計算してモデル事後確率を求めると、モデル事後確率は曲面が真の電流源を含むときに最大になる事が分かる。提案手法は、このモデル事後確率を変分ベイズ法[6],[8]を用いて計算し、電流源の位置と分布を深さ方向まで含めて推定する。この方法は脳内に複数の電流源が存在する場合にも適用可能であり、また空間分解能を逐次的に上げることが出来る。

本手法の有効性を確かめるために、人工データを使った実験を行った。その結果、複数の電流源を本手法により推定可能なことを確かめた。

2. 脳内電流源推定の原理

まず始めに提案手法の原理を簡単に説明する。

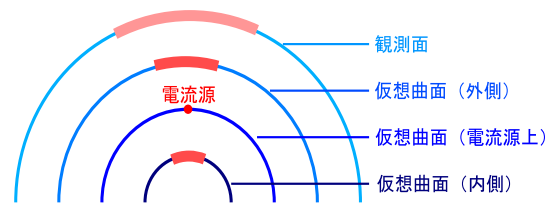


図1 仮想曲面

以下では主にMEGについての説明を行うが、磁場を電場に置き換えればEEGにも以下の議論が適用できる。

2.1 曲面上の電流分布による電磁場の復元

電流源を金属面で完全に囲み込めば、金属面の外側に電磁場が存在しなくなることは電磁シールドの原理として良く知られている。すなわち金属面の外側では、磁場に対して $B = B_{\text{電流源}} + B_{\text{金属面}} = 0$ が成り立つ。ここで金属面に誘導される電流と電荷の符号を反転させると、電磁場の向きも反転するので $B_{\text{電流源}} = B_{\text{金属面}}$ (電流反転) となる事が分かる。これは、この金属面に適当な電流を流してやれば電流源が作る電磁場と全く同じ電磁場を金属面の外側に作れることを示している。逆に金属面の外側にある電流源が作る電磁場はこの金属面にどのような電流を流しても完全には復元できない。この事実を以後「電磁場復元の原理」と呼ぶ。またこの事実は、電流源の深さ方向の推定に原理的な不定性があることを示している。

2.2 電流源推定の原理

図1に示すように、脳内で発生した電流源から作られる磁場を脳の表面近くの観測面で観測していると仮定する。脳内に仮想的に想定した曲面を考えると、上に述べた「電磁場復元の原理」から仮想曲面上に適切な電流を流してやれば、電流源が観測面上に作る電磁場を復元できる事が分かる。また電流が作る電磁場は距離の二乗に逆比例して減衰することを考慮すれば、電流源と等価な仮想曲面上の電流の拡がりや、仮想曲面が真の電流源に近づくほど小さくなる事も分かる。さらに仮想曲面を電流源より深く移動させていくと電流源は仮想曲面の外側に来ることになり、どのような電流をこの仮想曲面上に流しても電流源が観測面に作る電磁場を完全に復元する事は出来ない。すなわち、仮想曲面を脳表面から半径を縮めながら脳の内部へ移動させてゆくと、観測磁場を復元する電流分布の拡がりや観測磁場の復元誤差は、仮想曲面が真の電流源を含むときに最小になる。以下では、この事実を用いて電流源の深さ

を特定する。またこのようにして特定された深さを持つ仮想曲面上で電流分布を求めれば、電流源の拡がりも分かることになる。以上が提案手法の基本的な原理である。

3. ベイズ推定法による電流源推定

MEG や EEG で観測できるのは脳表面近くの数十カ所の磁場（電場）である。この観測点を $Y = \{y_i | i = 1, \dots, I\}$ で表し、観測磁場を $B = \{B_i | i = 1, \dots, I\}$ で表す。また仮想曲面上の電流分布を近似するために、仮想曲面上に格子点 $X = \{x_n | n = 1, \dots, N\}$ を設定し、各格子点に電流双極子（または適当な電流源モデル） $J = \{J_n | n = 1, \dots, N\}$ を割り当てる。電流分布を高い分解能で推定するためには格子点の数 N を増やして格子点の密度を大きくする必要がある。一方、格子点の数を増やしていくと、観測データ数よりも推定すべきパラメータの数の方が多くなるので、解が一意に定まらなくなる。またこの場合、冗長なパラメータのために電流源より深い位置にある仮想曲面でも観測磁場の復元性が良くなる。

以上のような困難を解決するために、本論文ではベイズ推定理論を用いて電流分布を推定する新しい手法を提案する。

3.1 ベイズ推定

仮想曲面 \mathcal{M} 上の電流分布 J が与えられた時に、観測磁場が B である確率を $P(B|J, \mathcal{M})$ とする。電流分布 J に対する事前分布を $P(J|\mathcal{M})$ とすると、磁場 B を観測した時の電流分布 J に対する事後確率分布は次式で与えられる。

$$P(J|B, \mathcal{M}) = \frac{P(B|J, \mathcal{M})P(J|\mathcal{M})}{P(B|\mathcal{M})} \quad (1)$$

ここで、 $P(B|\mathcal{M})$ は仮想曲面 \mathcal{M} の周辺尤度であり、次式で計算される。

$$P(B|\mathcal{M}) = \int dJ P(B|J, \mathcal{M})P(J|\mathcal{M}) \quad (2)$$

電流源の深さを推定するために、各仮想曲面 \mathcal{M} を一つのモデルと見なし、深さの異なるいくつかのモデルを比べる。磁場 B を観測した時に、モデル \mathcal{M} が真のモデルである確率は、モデル事後確率で与えられる。深さに関する事前知識がないものとし、 $P(\mathcal{M}) = \text{一定}$ 、であると仮定すると、モデル事後確率 $P(\mathcal{M}|B)$ は周辺尤度 $P(B|\mathcal{M})$ に比例する：

$$P(\mathcal{M}|B) = \frac{P(B|\mathcal{M})P(\mathcal{M})}{P(B)} \propto P(B|\mathcal{M}) \quad (3)$$

すなわち、周辺尤度 $P(B|\mathcal{M})$ を用いてモデルの善し悪しを比べることが出来る。一方、対数周辺尤度 $\log(P(B|\mathcal{M}))$ は事後分布 $P(J|B, \mathcal{M})$ を用いて、以下のように表せる。

$$\log(P(B|\mathcal{M})) = \int dJ P(J|B, \mathcal{M}) \log(P(B|J, \mathcal{M})) - \text{KL}[P(J|B, \mathcal{M}) \| P(J|\mathcal{M})] \quad (4)$$

ここで、第一項は事後分布に関する期待対数尤度であり、復元誤差の逆符号に比例する。このため、この項は誤差が小さいほど大きくなる。第二項は事前分布と事後分布の KL - エントロピー

$$\text{KL}[P(J) \| Q(J)] \equiv \int dJ P(J) \log(P(J)/Q(J))$$

であり、モデルの複雑さに対応する項である。これは観測データにより値が良く推定できるパラメータの数、すなわち、有効なパラメータの自由度に相当する。仮想曲面上の電流分布の拡がり小さい程格子点上の有効な電流双極子の数が少なくなるので、この項は電流分布の拡がり小さい程小さくなる（対数周辺尤度には逆符号で寄与するので、対数周辺尤度は大きくなる）。上述したように、復元誤差と仮想曲面上の電流分布の拡がりには仮想曲面の深さが真の電流源と一致したときに最小になるので、この時、対数周辺尤度が最大になることが分かる。すなわち、対数周辺尤度が最大になる仮想曲面を選べば、電流源の深さが特定できる。またモデル事後確率は周辺尤度に比例するので、モデル事後確率が最大になる深さの仮想曲面上に電流源が存在することが分かる。

3.2 電流モデル

仮想曲面 \mathcal{M} 上の電流分布 J が観測点 Y に作る磁場 B は一般的に次式のように書ける。

$$B_i = \sum_{n=1}^N G_{i,n} \cdot J_n, \quad (i = 1, \dots, I)$$

ここで、 $G_{i,n}$ は仮想曲面上の格子点 x_n に置かれた単位電流双極子が観測点 y_i に作る磁場である。また、観測磁場 B_i の独立な成分数を L 、格子点電流 J_n の独立な成分数を D とする。この電流モデルに対する確率モデルを以下のように考える。観測される磁場は仮想曲面上の電流分布 J から作られる磁場と観測ノイズの和として表わされるとする。また観測ノイズは測定場所によらないバイアス成分 J_0 と、分散 σ^2 を持つ各測定点で独立なガウスノイズ ξ_i の和として表わされるものとする。

$$B_i = \sum_{n=0}^N G_{in} \cdot J_n + \xi_i, \quad (i = 1, \dots, I)$$

すなわち、観測磁場が行列表現を用いて以下のように表わされるものとする。

$$B = G \cdot J + \xi$$

ここで、 B は LI 次元ベクトル、 J は $D(N+1)$ 次元ベクトル、 G は $(LI) \times D(N+1)$ 次元行列である。この電流モデルに対する確率分布は以下のように与えられる。

$$P(B|J, \beta, \mathcal{M}) \propto \exp \left[-\frac{1}{2} \beta \|B - G \cdot J\|^2 \right] \quad (5)$$

ただし、 $\beta = 1/\sigma^2$ である。

3.3 事前分布

ベイズ推定では、問題に対する事前知識を事前分布の形で表す。上述したように真の電流源は電流分布の拡がりや復元誤差が最小になる仮想曲面上にある。提案手法は、電流分布の拡がりや周辺尤度のモデル複雑度項により、実効的な電流双極子の数として推定できる事を利用する。そこで観測データを復元し、かつ出来るだけ拡がりの少ない仮想曲面上の電流分布が得られるような事前分布を用意する。すなわち、観測データを説明するのに有効に効いていない格子点上の電流双極子は、その強さがゼロになるように、以下のようなスパース化事前分布を導入する。(注1)

$$P_0(J, \beta) = \int d\alpha d\tau P_0(J|\alpha, \beta) P_0(\beta|\tau) P_0(\alpha) P_0(\tau)$$

$$P_0(J|\alpha, \beta) \propto \exp \left[-\frac{1}{2} \beta \sum_{n=0}^N \alpha_n \|J_n\|^2 \right] \quad (6)$$

$$P_0(\beta|\tau) = \Gamma(\beta|\tau^{-1}, \gamma_0\beta)$$

$$P_0(\alpha) = \prod_{n=0}^N \Gamma(\alpha_n|a, \gamma_0\alpha)$$

$$P_0(\tau) = \Gamma(\tau|\bar{\tau}_0, \gamma_0\tau)$$

$$\Gamma(\beta|b, \gamma) \equiv \beta^{-1} (\beta\gamma/b)^\gamma \Gamma(\gamma)^{-1} e^{-\beta\gamma/b}$$

ただし、 $\Gamma(\beta|b, \gamma)$ はガンマ分布を表わし、 $\Gamma(\gamma) \equiv \int_0^\infty dt t^{\gamma-1} e^{-t}$ はガンマ関数である。 $\alpha = \{\alpha_n | n = 0, \dots, N\}$ は電流分布 J に対する事後分布の分散を制御するために導入されたハイパーパラメータ

であり、階層事前分布 $P_0(\alpha)$ のもとで積分される。各格子点の電流 J_n それぞれに対して独立に α_n が導入されている事が重要である。もし全ての J_n に共通に α が導入された場合、この事前分布は最小二乗法における最小ノルム推定に対応する。この場合、 J_n の強さの総和は小さくなるが、ゼロでない J_n の個数は余り小さくならない。また、ノイズ逆分散 β に対しても、ハイパーパラメータ τ を持つ階層事前分布を導入する。 $\gamma_0\alpha, \gamma_0\beta, \gamma_0\tau, a, \bar{\tau}_0$ は階層事前分布の広がりを決めるパラメータである。

4. 変分ベイズ法

以上のような電流確率モデルと事前分布の仮定のもとで、ベイズ推定を行う。ただし本章では表記の簡略化のために、仮想曲面 \mathcal{M} に対する依存性は陽に書かない。磁場 B を観測した時の、電流分布 J とハイパーパラメータに対する同時事後確率分布 $P(J, \beta, \alpha, \tau|B)$ はベイズの定理を使って以下のように表される。

$$P(J, \beta, \alpha, \tau|B) = \frac{P(J, \beta, \alpha, \tau, B)}{P(B)} \quad (7)$$

$$P(J, \beta, \alpha, \tau, B) = P(B|J, \beta) P_0(J|\alpha, \beta) \times P_0(\beta|\tau) P_0(\alpha) P_0(\tau)$$

また周辺尤度 $P(B)$ は、次式で与えられる。

$$P(B) = \int dJ d\beta d\alpha d\tau P(J, \beta, \alpha, \tau, B) \quad (8)$$

同時事後分布 $P(J, \beta, \alpha, \tau|B)$ を用いて、電流分布 J に対する事後分布 $P(J|B)$ と期待値 \bar{J} が、以下のように計算できる。

$$P(J|B) = \int d\beta d\alpha d\tau P(J, \beta, \alpha, \tau|B)$$

$$\bar{J} \equiv E[J] = \int dJ P(J|B) J$$

(8) 式で与えられる周辺尤度 $P(B)$ は α に関する積分を含んでいるので、解析的に計算することは難しい。そこで、周辺尤度を近似的に計算する手法として、変分ベイズ法を用いる [6], [8]。

変分ベイズ法では、事後分布を直接計算する代わりに、試験事後分布 $Q(J, \beta, \alpha, \tau)$ を用意し、真の事後分布 $P(J, \beta, \alpha, \tau|B)$ を近似させる。この近似は次式で定義される自由エネルギー $\mathcal{F}(Q)$ の試験事後分布 Q に関する最大化によって行なわれる。

(注1): これは有効信号路自動決定 (Automatic Relevance Determination: ARD) 事前分布 [7] とも呼ばれる。

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}(Q) &= \int d\mathbf{J} d\beta d\alpha d\tau Q(\mathbf{J}, \beta, \alpha, \tau) \\
&\quad \times \log \left(\frac{P(\mathbf{J}, \beta, \alpha, \tau, \mathbf{B})}{Q(\mathbf{J}, \beta, \alpha, \tau)} \right) \\
&= \log(P(\mathbf{B})) \\
&\quad - \text{KL}[Q(\mathbf{J}, \beta, \alpha, \tau) \parallel P(\mathbf{J}, \beta, \alpha, \tau | \mathbf{B})]
\end{aligned} \tag{9}$$

(9) 式第二項は試験事後分布 $Q(\mathbf{J}, \beta, \alpha, \tau)$ と真の事後分布 $P(\mathbf{J}, \beta, \alpha, \tau | \mathbf{B})$ の KL - エントロピーである。(9) 式第一項である対数周辺尤度 $\log(P(\mathbf{B}))$ は試験事後分布 Q に依存しないので、自由エネルギー $\mathcal{F}(Q)$ の最大化は KL - エントロピーの最小化と等価である。KL - エントロピーは、2つの分布が等しいときに限りゼロになり、それ以外のときは常に正の値をとるので、自由エネルギーを最大にする試験事後分布 Q は真の事後分布 $P(\mathbf{J}, \beta, \alpha, \tau | \mathbf{B})$ に等しくなる。このとき自由エネルギー $\mathcal{F}(Q)$ は対数周辺尤度 $\log(P(\mathbf{B}))$ に等しくなる。

変分ベイズ法では、試験事後分布におけるパラメータとハイパーパラメータの間の条件付き独立性を仮定する。すなわち、

$$Q(\mathbf{J}, \beta, \alpha, \tau) = Q_J(\mathbf{J}, \beta) Q_\alpha(\alpha, \tau) \tag{10}$$

を仮定する。この仮定により、自由エネルギーの最大化は、 Q_J に関して $\mathcal{F}(Q)$ を最大化する J - ステップと、 Q_α に関して $\mathcal{F}(Q)$ を最大化する α - ステップを交互に繰り返すことにより実現できる。

J - ステップでは、 Q_α を固定して、 Q_J に関して $\mathcal{F}(Q)$ を最大化する。この結果、 Q_J が次式のように求まる。

$$\begin{aligned}
Q_J(\mathbf{J}, \beta) &\propto \exp[\langle \log(P(\mathbf{J}, \beta, \alpha, \tau, \mathbf{B})) \rangle_{\alpha, \tau}] \\
&\propto \exp \left[-\frac{1}{2} \beta (\mathbf{J} - \bar{\mathbf{J}})' \Sigma (\mathbf{J} - \bar{\mathbf{J}}) \right] \\
&\quad \times \Gamma(\beta | \bar{\beta}, \gamma_\beta)
\end{aligned} \tag{11}$$

ただし、 $\langle \cdot \rangle_{\alpha, \tau}$ は $Q_\alpha(\alpha, \tau)$ に関する期待値を表す。また上付きのバー $\bar{\mathbf{J}}, \bar{\beta}$ はパラメータ \mathbf{J}, β の期待値を表す。これらを求める具体的な計算式は付録 (A.1) で与えられる。

α - ステップでは、 Q_J を固定して、 Q_α に関して $\mathcal{F}(Q)$ を最大化する。この結果、 Q_α が次式のように求まる。

$$\begin{aligned}
Q_\alpha(\alpha, \tau) &\propto \exp[\langle \log(P(\mathbf{J}, \beta, \alpha, \tau, \mathbf{B})) \rangle_{\mathbf{J}, \beta}] \\
&= \Gamma(\tau | \bar{\tau}, \gamma_\tau) \prod_{n=0}^N \Gamma(\alpha_n | \bar{\alpha}_n, \gamma_\alpha)
\end{aligned} \tag{12}$$

ただし、 $\langle \cdot \rangle_{\mathbf{J}, \beta}$ は $Q_J(\mathbf{J}, \beta)$ に関する期待値を表す。また $\bar{\alpha}_n, \bar{\tau}$ はハイパーパラメータ α_n, τ の期待値を表し、付録 (A.2) で計算される。以上二つのステップを繰り返すことにより、自由エネルギー $\mathcal{F}(Q)$ を極大にする分布 Q が得られる。この時得られる電流分布の期待値 $\bar{\mathbf{J}}$ は、非線形方程式 (A.1) と (A.2) を同時に満足する解として得られ、観測磁場 \mathbf{B} の非線形関数になっている。また収束後の自由エネルギー $\mathcal{F}(Q)$ の値は、対数周辺尤度 $\log(P(\mathbf{B}))$ に対する近似値を与え、以下のように表せる。

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}(Q) &= \langle \log(P(\mathbf{B} | \mathbf{J}, \beta)) \rangle_{\mathbf{J}, \beta} \\
&\quad - \langle \log(Q_J(\mathbf{J}, \beta) / P_0(\mathbf{J} | \alpha, \beta) P_0(\beta | \tau)) \rangle_{\mathbf{J}, \beta, \alpha, \tau} \\
&\quad - \langle \log(Q_\alpha(\alpha, \tau) / P_0(\alpha) P_0(\tau)) \rangle_{\alpha, \tau}
\end{aligned} \tag{13}$$

5. 複数個の電流源

以上では、電流源が一つの場合について説明したが、この方法は電流源が複数ある場合にも適用できる。電流により生ずる電磁場は距離の二乗に逆比例して減衰するので、脳表面に最も近い電流源が脳表面の観測磁場に最も影響を与える。そこで脳表面に近い電流源から順番に特定することが出来る。仮想曲面を脳表面からだんだん深くしてゆくと脳表面に最も近い電流源（これを第1電流源と呼ぶ）の近くで自由エネルギー（モデル周辺尤度）が極大になる。電流源が2つ以上ある場合にはこの仮想曲面上の電流分布には電流源の数に対応した局所的な電流双極子の集合が複数個出来る。この局所的な電流双極子の集合を局在電流分布と呼ぶ。個々の局在電流分布を含む局所面を切り出し、これを深さ方向に動かす。この時、他の局所面の深さは、仮想曲面に対する自由エネルギーが最大になった深さに固定しておく。そして、これらの局所面集合に対する自由エネルギーを求める。第1電流源に対応した局所面を動かしたときには自由エネルギーが第1電流源の深さで極大になる。しかし、これ以外の局所面を動かしても自由エネルギーは第1電流源の深さで極大になることはない。このことから第1電流源の位置、すなわち最も脳表面に近い電流源の位置が特定できる。2番目に深い電流源を求めるために、第1電流源に対応する局所面を上記のステップで特定された深さに固定し、残りの局所面の深さを同じにして深くしてゆく。すると今度は2番目に深い電流源の近くで自由エネルギーが極大になる。ここでまた個々の局所面を深さ方向に動かすと第2電流源に対応する局所面を動かしたときのみ第2電流源の深さで自由エネ

ルギーが極大になる。こうして第2電流源の位置を特定できる。3番目以降の電流源も同様にして順次特定することが出来る。

この方法は個々の局所面の深さを独立に動かして調べる方法に比べて、計算時間がずっと少なく済むという利点を持つ。

6. 解像度の段階的向上

提案手法では、電流源推定の解像度を逐次的に上げることが出来る。すなわち、まず低い解像度で仮想曲面上の格子点の数を少なくし、深さ方向の標本点の数も少なくして、電流源の位置を大雑把に推定する。この段階で各電流源に対応した局所面の位置が大体定まっている。次により高い分解能で推定を行う。この時、局所面の面積は元の仮想曲面の面積に比べて小さくなっているため、同じ数の格子点を使っても分解能は高くなる。また深さ方向の分解能もあげて電流源の深さの推定精度を上げることが出来る。分解能を上げたときに電流分布がより局在する場合には局所面をより小さくして再び分解能を上げて推定できる。一方、分解能を上げて電流分布の広がりが余り変わらなければ、この電流源が広がっていることを示している。このようにして電流源の広がり具合に応じて分解能を調節することが可能である。

7. シミュレーション

以上説明した脳内電流源推定方法の有効性を調べるために、人工的に用意したデータを用いてシミュレーションを行なった。本実験では、人間の脳表面を半径10(cm)の半球面であると仮定し、この面上48カ所で測定された磁場の動径成分から脳内電流源の位置と強さを推定する。ただし推定する電流成分は動径方向に垂直な成分である。また以下のシミュレーションでは、磁場の観測データにS/N比が0.1のノイズを加えている。まず始めに中心から半径 $R=7$ の位置に、単一の電流双極子が置かれている場合の実験を行った。図2は、脳内に想定した様々な深さ(半径)の仮想半球面に対して、自由エネルギーが最大となるような電流分布を求めた結果である。半球面全体を仮想曲面として計算した場合、半径約 $R=7.5$ に自由エネルギーの最大点が存在していた。またこの仮想半球面上には、1つの局在電流分布が存在する。そこで、この局在電流分布を含む局所面を切り出し、格子点の分解能と深さ方向の分解能を上げて、さらに電流源推定を行なった。図3は深さの異なる

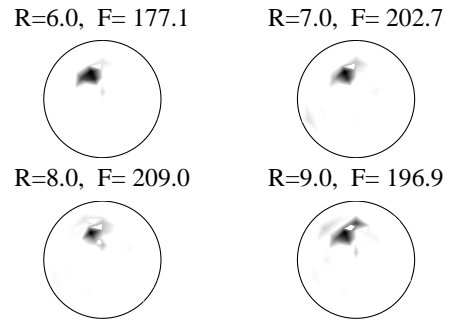


図2 仮想半球面上の電流分布

各局所面における電流分布を示している。図4は、各局所面に対して得られた自由エネルギーが深さに応じてどのように変化するかを示した図である。図から自由エネルギーは、半径 $R=7$ に最大値を持つ事が分かる。一方、磁場の復元誤差は半径 $R=7$ ぐらいまで殆ど変わらず、半径 $R=6$ より小さくなると急激に誤差が大きくなっている。誤差のこの振る舞いは「電磁場復元の原理」から予想されるものである。また半径 $R=7$ での局所面における電流分布から、電流源の3次元的位置と強さが正しく推定されていることを確認した。

スパース化事前分布の働きを見るために、上記局所面における各格子点での電流強度を図5に示している。図より、真の電流源近傍2カ所以外の電流強度が殆どゼロになっていることが分かる。また対応する各格子点でのKL-エントロピーも示しているが、この図より電流強度がゼロの格子点ではKL-エントロピーもゼロになっており、実効的パラメータ数に寄与していないことが分かる。MDL(Minimum Description length)基準やAIC基準を使ってモデル選択をする場合、モデル複雑度項はモデルに含まれるパラメータ数に比例する。今の場合、各仮想曲面は同じパラメータ数を持っているので、MDL基準やAIC基準ではモデル選択が出来ない。これに対して、ベイズ推定における周辺尤度を計算してモデル選択を行う本手法は、モデル複雑度項を事前分布と事後分布のKL-エントロピーとして評価するので、電流分布の広がりを実効的パラメータ数として評価できていることが分かる。

次に半径 $R=6$ および $R=8$ の位置に二つの電流源が存在する場合の実験を行った。図6は、仮想半球面を用いて初期推定を行った結果得られた電流分布を示す図である。自由エネルギーが最大となる半径は約 $R=7.5$ であった。図に示すとおり、この仮想半球面上には、2つの局在電流分布が存在するので、二つの局所面を切り出す。最も脳表面に近い電

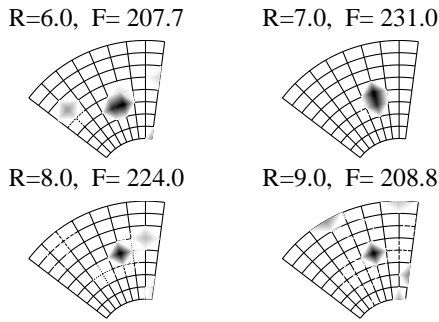


図 3 局所面上の電流分布

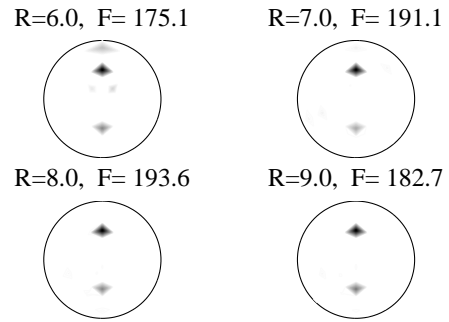


図 6 仮想半球面上の電流分布

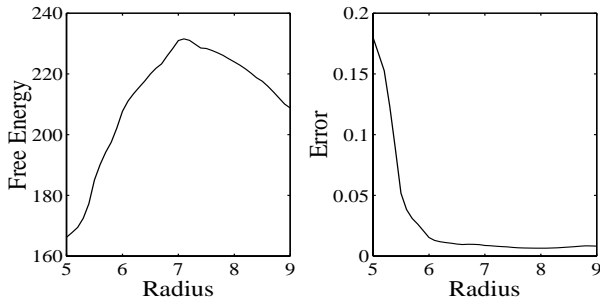


図 4 自由エネルギー (左図) と復元誤差 (右図)

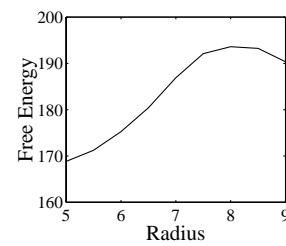


図 7 局所面-1 の自由エネルギー

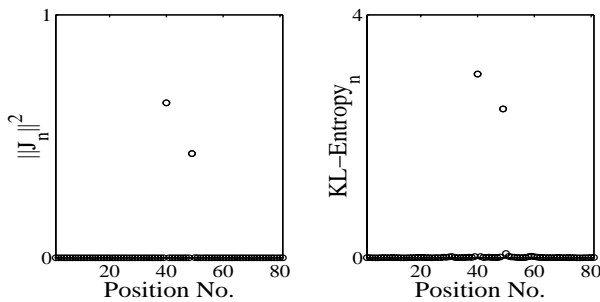


図 5 各格子点上の電流の強さ (左図) と KL - エントロピー (右図)

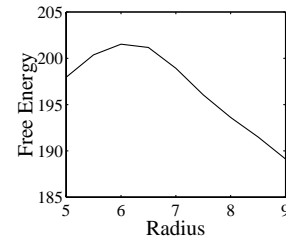


図 8 局所面-2 の自由エネルギー

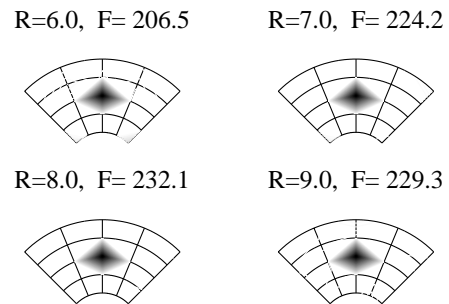


図 9 局所面-1 上の電流分布

流源を特定するために、初期推定で自由エネルギーが最大であった半径 $R = 7.5$ に他方の局所面を固定したままで、一方の局所面を移動させて電流分布と自由エネルギーを求める。局所面-1 を動かした時は、半径 $R = 8$ で自由エネルギーが最大になり (図 7)、局所面-2 を動かした時は、半径 $R = 6$ で自由エネルギーが最大になった。この結果最も脳表面に近い電流源は局所面-1 に対応し、半径 $R = 8$ にあることがわかる。次にもう一方の電流源の深さをより詳しく特定するために、局所面-1 を半径 $R = 8$ に固定しておき、局所面-2 の深さを変化させる。この場合には、半径 $R = 6$ で自由エネルギーが最大になり (図 8)、もう一方の電流源の深さが半径 $R = 6$ にあることがわかる。

以上の結果から、複数の電流源が脳内に存在している場合にも、各々の電流源の深さと分布を特定す

ることが可能であることがわかる。

8. ま と め

MEG 観測データから脳内電流源の位置や分布を深さ方向まで含めて推定することが可能な、変分ベイズ法に基づく脳内電流源推定方法を提案した。また脳内に複数の電流源が存在する場合にも、提案手法を用いて、電流源推定が可能である事を人工データを使って確かめた。さらに提案手法は、空間分解能を逐次的に上げることが出来るという利点も持っている。今後は実際に観測された MEG データを用

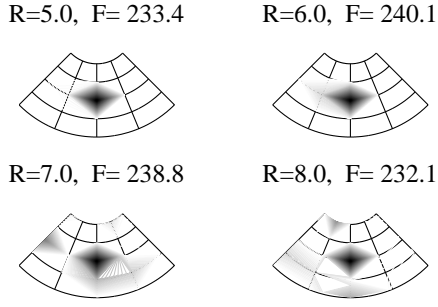


図 10 局所面-2 上の電流分布

いて本手法の有効性を確かめる予定である。

謝辞 本研究は通信・放送機構の研究委託により実施したものである。

文 献

- [1] Hamalainen, M. et al. 1993, Rev of modern phys 65, 413-497
- [2] Mosher J. C., Lewis P. S. and Leahy R. 1992, IEEE Trans. Biomed. Engng. 39, 541 - 557
- [3] Dale, A. M. and Sereno, M. I. 1993, J. cogn. neurosci. 5, 162-176
- [4] Van Veen BD, et al. 1997, IEEE Trans Biomed Eng 44, 867-880
- [5] Toyama K, et al. 1999, Neuroscience. 91, 405-415.
- [6] Attias, H. (1999), *Proc. 15th Conference on UAI* (pp. 21-30).
- [7] Neal, R. M. (1996). *Bayesian learning for neural networks*. Springer-Verlag.
- [8] Sato, M. (2001). *Neural Computation*, **13**.

付 録

1. 変分ベイズ学習則

本章では変分ベイズ学習の具体的な計算について説明する。まず J - ステップでは、 Q_J に関して $\mathcal{F}(Q)$ を最大化することで、 Q_J が (11) のように求まる。ここでパラメータの期待値 \bar{J} , $\bar{\beta}$ は次のように計算される。

$$\begin{aligned}\gamma_\beta &= \frac{1}{2} IL + \gamma_{0\beta} \\ \Sigma &= \mathbf{G}' \cdot \mathbf{G} + \mathbf{A} \\ \bar{J} &= \Sigma^{-1} \cdot \mathbf{G}' \cdot \mathbf{B} \\ \bar{\beta} &= \gamma_\beta \left[\frac{1}{2} \|\mathbf{B} - \mathbf{G} \cdot \bar{J}\|^2 + \frac{1}{2} \bar{J}' \cdot \mathbf{A} \cdot \bar{J} + \gamma_{0\beta} \bar{\tau} \right]\end{aligned}\quad (\text{A}\cdot 1)$$

ただし、観測磁場の独立な成分数を L 、格子点電流の独立な成分数を D としている。7 章の実験では、観測磁場は動径成分のみ、格子点電流は動径方向に垂直な成分を用いているので、 $L = 1, D = 2$ である。また $D(N+1) \times D(N+1)$ 次元行列 Σ は J に関する事後分布の共分散行列であり、 $D(N+1) \times D(N+1)$ 次元行列 \mathbf{A} は $\bar{\alpha}$ を対角成分に持つ対角行列である。

$A(n, d; n', d') = \delta_{nn'} \delta_{dd'} \bar{\alpha}_n (n, n' = 0, \dots, N; d, d' = 1, \dots, D)$ 。

次に α - ステップでは、 Q_α に関して $\mathcal{F}(Q)$ を最大化することで、 Q_α が (12) のように求まる。ここでハイパーパラメータの期待値 $\bar{\alpha}_n, \bar{\tau}$ は次のように計算される。

$$\begin{aligned}\gamma_\tau &= \gamma_{0\tau} + \gamma_{0\beta} \\ \gamma_\alpha &= \gamma_{0\alpha} + \frac{1}{2} D \\ \bar{\alpha}_n &= \gamma_\alpha \left[\gamma_{0\alpha} a^{-1} + \frac{1}{2} \bar{\beta} \|\bar{J}_n\|^2 \right. \\ &\quad \left. + \sum_{d=1}^D (\Sigma^{-1}) (n, d; n, d) \right]^{-1} \\ \bar{\tau} &= \gamma_\tau [\gamma_{0\tau} \bar{\tau}_0^{-1} + \gamma_{0\beta} \bar{\beta}]^{-1}\end{aligned}\quad (\text{A}\cdot 2)$$

以上二つのステップを繰り返すことにより、自由エネルギー $\mathcal{F}(Q)$ を極大にする分布 Q が得られる。この時、自由エネルギーは以下のように表せる。

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(Q) &= LP + H_J + H_\beta + H_\alpha + H_\tau \\ LP &= -\frac{1}{2} \bar{\beta} \|\mathbf{B} - \mathbf{G} \cdot \bar{J}\|^2 - \frac{1}{2} \text{Tr} (\Sigma^{-1} \cdot \mathbf{G}' \cdot \mathbf{G}) \\ &\quad + \frac{1}{2} IL (\langle \log \beta \rangle - \log 2\pi) \\ H_J &= -\frac{1}{2} [\text{Tr} (\Sigma^{-1} \cdot \mathbf{A}) - \log |\Sigma^{-1} \cdot \mathbf{A}| \\ &\quad - (ND + 1)] - \frac{1}{2} \bar{\beta} \bar{J}' \cdot \mathbf{A} \cdot \bar{J} \\ H_\beta &= \Phi (\gamma_\beta, \gamma_{0\beta}) \\ &\quad + \gamma_{0\beta} [\langle \log \beta \rangle + \langle \log \tau \rangle - \bar{\tau} \bar{\beta} + 1] \\ H_\tau &= \Phi (\gamma_\tau, \gamma_{0\tau}) \\ &\quad + \gamma_{0\tau} [\langle \log \tau \rangle + \log \bar{\tau}_0^{-1} - \bar{\tau} \bar{\tau}_0^{-1} + 1] \\ H_\alpha &= \sum_{n=0}^N (\Phi (\gamma_\alpha, \gamma_{0\alpha}) \\ &\quad + \gamma_{0\alpha} [\langle \log \alpha_n \rangle + \log a^{-1} - \bar{\alpha}_n a^{-1} + 1])\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Phi (\gamma, \gamma_0) &\equiv (\log \Gamma (\gamma) - \gamma \psi (\gamma) + \gamma) \\ &\quad - (\log \Gamma (\gamma_0) - \gamma_0 \log \gamma_0 + \gamma_0)\end{aligned}$$

ただし、 $\langle \log \beta \rangle$ 等はパラメータの対数の期待値である：

$$\begin{aligned}\langle \log \beta \rangle &= \log \bar{\beta} + \psi (\gamma_\beta) - \log \gamma_\beta \\ \langle \log \tau \rangle &= \log \bar{\tau} + \psi (\gamma_\tau) - \log \gamma_\tau \\ \langle \log \alpha_n \rangle &= \log \bar{\alpha}_n + \psi (\gamma_\alpha) - \log \gamma_\alpha \\ \psi (\gamma) &\equiv d(\log \Gamma (\gamma)) / d\gamma\end{aligned}$$